ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES D'ORDRE 1

Les équations linéaires d'ordre 1 sont des équations de la forme :

$$y'(x) = a(x)y(x) + b(x) \tag{E}$$

et les résoudre signifie trouver les fonctions $y(x)$ qui la satisfont.

⋆ Si dans la notation, à la place de $y(x)$, vous trouvez $y(t)$, pas de soucis, c'est juste une notation différente pour l'inconnue et ça veut dire que après dans les calculs tout est en fonction de t à la place de x.

⋆ Normalement pour simplifier la notation on met simplement y à la place de $y(x)$.

Méthode de résolution

1) Trouver **toutes les solutions** de l'équation homogène associée

$$y'(x) = a(x)y(x), \tag{E_0}$$

c.-à-d. :

$$y_h(x) = C \cdot e^{A(x)}$$

où $A(x)$ est t.q. $A(x)' = a(x)$.

2) Trouver **une** solution particulière $y_p(x)$. Pour le faire, on choisit la solution homogène $y_0(x)$ trouvée au point précédent en posant $C = 1$ et on a :

$$y_p(x) = c(x) \cdot y_0(x)$$

où $c(x) = \displaystyle\int \frac{b(x)}{y_0(x)} dx$.

3) On obtient **toutes les solutions** de l'équation initiale :

$$y(x) = y_h(x) + y_p(x).$$

Si $a(x)$ ne dépende pas de x, on a des **raccourcis** pour trouver $y_p(x)$:

$b(x)$	$y_p(x)$
polynôme de degré n	polynôme de degré n avec coefficients à déterminer
ce^{kx} (avec e^{kx} non solution de E_0)	Ae^{kx} avec A à determiner
ce^{kx} (avec e^{kx} solution de E_0)	Axe^{kx} avec A à determiner
$a\sin(kx)$	$A\sin(kx) + B\cos(kx)$ avec A et B à determiner
$b\cos(kx)$	$C\sin(kx) + D\cos(kx)$ avec C et D à determiner
somme de termes ci-dessus	somme corréspondante